11. Определение стационарного марковского гауссовского случайного процесса и математические выражения для его свойств.

Для марковского мы уже писали, но напомню:

$$P_n(\xi_1 t_1, \xi_2 t_2, \dots, \xi_n t_n) = P_1(\xi_1 t_1) P(\xi_1 t_1 \to \xi_2 t_2) \dots P(\xi_{n-1} t_{n-1} \to \xi_n t_n)$$

Вероятность зависит лишь от последней случайной величины. Если что, p – это вероятность, а $\xi_л$ – СВ в момент времени t_k.

Стационарность:

$$P_n(\xi_1, t_1+\Delta t; \xi_2, t_2+\Delta t; \dots, \xi_n, t_n+\Delta t) = P_n(\xi_1 t_1, \xi_2 t_2, \dots, \xi_n t_n)$$

От смещения на Δt ничего не поменяется.

Гауссовость:

$$P_n = A e^{\lambda_{ij} \xi_i \xi_j}$$

Похоже на распределение Гаусса, поэтому и называется гауссовостью.

10. Пользуясь спектральным представлением стационарного случайного процесса, получить спектральную форму условия стационарности и указать связь между корреляционной функцией и спектральной плотностью процесса.

А вот тут я без понятия, какое из 100500 равенств нужно вывести. Поэтому просто процитирую коллегу, разбирайтесь сами.

(1.10) $\xi(t)$ – стац. случ. процесс

$$\langle \xi(t_1)\xi(t_2)\rangle = F_\xi(t_1 - t_2) = \int d\omega\, J_\xi(\omega)\, e^{-i\omega(t_1 - t_2)} \boxed{=}$$

$$\langle \xi(t_1)\xi(t_2)\rangle = \langle \xi(t_1)\xi^*(t_2)\rangle = \left\langle \int d\omega_1\, \xi\{\omega_1\} e^{-i\omega_1 t_1} \int d\omega_2\, \xi^*\{\omega_2\} e^{i\omega_2 t_2} \right\rangle =$$

$$\xi(t) = \int d\omega\, \xi\{\omega\} e^{-i\omega t}$$

$$= \int d\omega_1 d\omega_2\, e^{-i\omega_1 t_1 + i\omega_2 t_2} \langle \xi\{\omega_1\}\xi^*\{\omega_2\}\rangle$$

$$\boxed{=} \int d\omega_1 d\omega_2\, J_\xi(\omega_1)\, \delta(\omega_1 - \omega_2)\, e^{-i\omega_1 t_1 + i\omega_2 t_2} \quad \Big/ \quad \Rightarrow$$

$$\langle \xi\{\omega_1\}\xi^*\{\omega_2\}\rangle = J_\xi(\omega_1)\, \delta(\omega_1 - \omega_2)$$

$J_\xi(\omega)$ – спектральная плотность.